

GFN 223 : Série d'Exercices

Exercice 1

Soient trois individus X, Y et Z qui doivent choisir entre les projets d'investissements A, B et C. La distribution de probabilité des taux de rendements attendus est la suivante :

Projets d'investissement / Probabilités	Taux de rendement attendus				
	-3%	0%	3%	6%	9%
A	0.5				0.5
B		0.5		0.5	
C			1		

Les fonctions d'utilité de ces trois personnes sont les suivantes :

$$X : U(r) = 100r - 50r^2$$

$$Y : U(r) = 100r$$

$$Z : U(r) = 100r + 50r^2$$

Avec r le taux de rendement de l'investissement.

- 1) Quels choix feront les investisseurs X, Y et Z entre les projets A, B et C ?
- 2) Pour chacun des investisseurs, calculer U' et dire pour quelle valeur de r , $U' > 0$. Puis calculer U'' et en déduire l'attitude de la personne considérée face au risque.
- 3) Comparer les projets A, B et C suivant le critère moyenne-variance.

Exercice 2 :

Soient XA et XB les rendements de deux actions A et B.

Cas n° 1	Cas n° 2	Cas n° 3
$\sigma(XA) > \sigma(XB)$	$\sigma(XA) = \sigma(XB)$	$\sigma(XA) < \sigma(XB)$
$E(XA) = E(XB)$	$E(XA) > E(XB)$	$E(XA) < E(XB)$

Quel serait votre choix d'investissement, si :

- 1) Vous êtes averse au risque ?
- 2) Vous êtes preneur de risque ?

Exercice 3 :

Un investisseur a la possibilité d'acquérir un portefeuille d'actions, selon les compositions suivantes :

- 100% des titres A
- 100% des titres B
- 50% des titres A et 50% des titres B

Afin de le conseiller à faire un choix, vous disposez des informations suivantes :

Probabilité	Rentabilité des titres A	Rentabilité des titres B	Rentabilité du portefeuille AB
0.3	10	-3	?
0.4	5	6	?
0.3	-5	9	?

- 1) Calculer la rentabilité du portefeuille AB
- 2) Calculer la variance ainsi que l'écart des 3 types de portefeuilles possibles
- 3) Représentez les 3 situations dans l'espace rentabilité-risque.

Exercice 4 :

Vous disposez des informations suivantes, concernant les actions X et Y :

	Probabilité	X (%)	Y (%)
I	0.2	18	0
II	0.2	5	-3
III	0.2	12	15
IV	0.2	4	12
V	0.2	6	1

- 1) Calculer la rentabilité espérée, la variance de ces actions, ainsi que la covariance (X,Y).
- 2) Supposons la composition suivante de différents portefeuilles :

% in X	125	100	75	50	25	0	-25
% in Y	-25	0	25	50	75	100	125

Calculer pour chaque portefeuille l'espérance de rentabilité, la variance ainsi que l'écart type.

- 3) Déterminer le portefeuille de variance minimale.
- 4) Calculer la covariance entre les portefeuilles A (constitué à 75% de X) et B (constitué à 25% de Y).

- 5) Calculer la covariance entre le portefeuille de variance minimum et un portefeuille efficient.

Exercice 5 :

Afin d'effectuer un placement, vous disposez des informations concernant les titres A, B et les bons du trésor. La distribution des rendements selon la conjoncture pour chaque titre est la suivante :

Tendance du marché	En hausse	En baisse	En crise
Probabilité	0.5	0.4	0.1
A	0.16	0.07	-0.25
B	0.05	-0.01	0.35
Bons de trésor	0.06	0.06	0.06

- 1) Quel est le taux de rendement espéré et l'écart type de chacun des portefeuilles suivants :

- a- 100% dans A
- b- 100% dans B
- c- 100% dans les bons du trésor
- d- 50% dans A et 50% dans B
- e- 1/3 dans A, 1/3 dans B et 1/3 dans les bons du trésor

- 2) Votre niveau de satisfaction peut être décrit par la fonction d'utilité suivante :

$$U = E(R_p) - 0.5A\sigma^2$$

Vous estimez votre coefficient d'aversion envers le risque comme étant égal à 5. Des portefeuilles précédemment analysés, lequel préférez-vous ?

- 3) Un de vos clients décide d'investir 70% dans le portefeuille (4) et 30% dans les bons du trésor. Calculer le rendement espéré et l'écart type du portefeuille de votre client.
- 4) Présenter la composition du portefeuille de votre client
- 5) Quel est le ratio de la prime de risque par unité de risque du portefeuille en question ?

Exercice 6 :

Sur un marché, le domaine des portefeuilles risqués est déterminé par la frontière efficiente telle que établie par Markowitz dont l'équation :

$$\sigma_p^2 = 2.5.E_p^2 - 37.5E_p + 150$$

Soit P₁, P₂, P₃ trois portefeuilles dont les taux de rendements espérés et les volatilités sont donnés (en %) par :

Portefeuilles	Espérance E_p	Ecart type σ_p
1	8	5
2	10	5
3	20	20

- 1) Les portefeuilles P_1 , P_2 et P_3 sont-ils efficaces au sens de Markowitz ?
- 2) Déterminer les caractéristiques (l'espérance et la variance du rendement) du portefeuille *efficient* P_4 dont le risque est minimum.
- 3) Tracer approximativement la frontière efficace dans le plan (σ_p^2, E_p)

Soit un investisseur dont les courbes d'indifférence sont de la forme : $E_p - \frac{\sigma_p^2}{10} = \mu$

- 4) Déterminer les caractéristiques du portefeuille risqué *efficient* que choisira cet investisseur ainsi que son coefficient de satisfaction μ .
- 5) On introduit un actif sans risque de rendement 5%. Le portefeuille du marché a un rendement espéré $E_M = 9.5$ et un écart-type $\sigma_M = 4.4$.

Quelles sont les caractéristiques du portefeuille optimal de cet investisseur ainsi que son coefficient de satisfaction μ ?

Exercice 7:

A et B étant les seuls actifs sur le marché, leur matrice de variance-covariance est la suivante :

$$\begin{bmatrix} 0.0081 & 0 \\ 0 & 0.0025 \end{bmatrix}$$

Les actifs A et B ont des rendements espérés respectifs de 34% et 20%.

Sur un marché M1, supposer que l'investisseur I choisit le portefeuille de marché composé de 75% de l'actif A et 25% de l'actif B et que l'investisseur J, sur un marché M2, choisit son portefeuille de marché composé équitablement de A et B.

- 1) Quel est le bêta que les investisseurs calculeront pour l'actif A. Commenter vos résultats.
- 2) Sachant que les deux investisseurs prêtent et empruntent au même taux sans risque ($R_f = 7\%$), quelle est de ces trois propositions celle qui est vraie et pourquoi ?
 - a. L'investisseur I exigera un rendement plus élevé sur A que l'investisseur J.

- b. Les investisseurs I et J exigeront le même taux de rendement sur A.
- c. L'investisseur J exigera un rendement plus élevé sur A que l'investisseur I.

Exercice 8 :

Dans le cadre du MEDAF, vous disposez des informations suivantes :

$$E(R_m) = 18\%, \sigma(R_m) = 24\%, R_f = 8.5\%$$

- 1) Calculer l'écart-type des rendements ainsi que le coefficient de sensibilité du portefeuille X qui se trouve sur la frontière d'efficience et qui a un rendement espéré de 20%.
- 2) Sachant que $Cov(R_x, R_m) = 0.06972$, calculer le coefficient de corrélation du portefeuille X avec le marché. Que peut-on conclure?
- 3) Calculer le risque non diversifiable et le risque spécifique de l'action Y dont l'espérance requise et l'écart-type s'élèvent respectivement à 30% et 70%. Commenter vos résultats.

Exercice 9 :

Un analyste financier identifie deux facteurs de risque pour trois titres financiers A, B et C. Par ailleurs, il estime qu'à l'équilibre, les rentabilités estimées sur ces titres et les sensibilités aux deux facteurs peuvent être résumées par le tableau suivant :

Titres	$E(R_i)$	β_{i1}	β_{i2}
A	12%	0.8	1.9
B	13%	1	2
C	14.5%	1.8	1.5

- 1) Selon l'Arbitrage Pricing Theory, quelle sera la relation qui permet d'évaluer le rendement d'un titre?
- 2) Quelle sera l'espérance de rendement d'un portefeuille X, constitué équitablement de l'actif sans risque et du titre A, ainsi que, les coefficients de sensibilités ?
- 3) Soit un portefeuille Y dont l'espérance de rendement est de 10%, $\beta_{i1} = 0.4$ et $\beta_{i2} = 0.95$. Existe-t-il des opportunités d'arbitrage ? Si oui, lesquelles?

Exercice 10 :

Vous disposez des informations suivantes :

Actif i	Rendement espéré à l'équilibre de i (en %)	β_i	Risque global de i : σ_i (en %)	Risque Spécifique de i : $\sigma_{\epsilon_i}^2$ (en %)
A	?	0.8	?	81
B	19	1.5	?	36
C	15	?	12	0
D	7	0	0	?
E	16.6	?	15	?

I.

- Rappeler l'équation du modèle de marché ainsi que ses hypothèses.
- A partir de l'actif D, déterminer le rendement de l'actif sans risque. En déduire le rendement espéré du portefeuille de marché ainsi que son écart-type. Que pensez-vous du risque total de l'actif C par rapport au risque de marché.
- Compléter les données manquantes dans le tableau.

II.

Les investisseurs X et Y disposant chacun, d'un budget s'élevant à 40 000 € et hésitent entre deux portefeuilles. Le premier P1 composé des titres A et B, le second est un emprunt de 10 000 € au taux sans risque. La proportion du titre B dans le portefeuille P1 représente 3/2 celle de A. Et $\rho_{A,B} = 0$. Le portefeuille P2 est composé de 100 % de titres E.

Sachant que la fonction d'utilité des investisseurs est décrite par la relation suivante :

$$U_i = E(R_p) - 0,5 \cdot \Theta_i \cdot \sigma^2(R_p)$$

Avec $\Theta_X = 5$ et $\Theta_Y = -2$

- Calculer le rendement et le risque de chacun des deux portefeuilles.
- Quel est le choix de chaque investisseur.
- Donner la signification de Θ_i

Exercice 11 :

Le tableau suivant présente les rentabilités anticipées et les risques systématiques des actions tels que calculés par un analyste financier d'une grande banque :

Titre	Rentabilité anticipée	Risque systématique
A	20%	1.4
B	8%	0.8
C	14%	1
D	6.8%	0.2
E	20%	1.8

F	5%	0
---	----	---

- 1) Présenter les hypothèses qui fondent le MEDAF, sont-elles réalistes ?
- 2) Ecrire l'équation du MEDAF utilisé par cet analyste financier.
- 3) Quelle serait la composition du portefeuille d'un investisseur qui opérerait pour une stratégie passive et un risque systématique de 0.2 ?
- 4) Quelle serait la composition du portefeuille d'un investisseur qui opérerait pour une stratégie active et un risque systématique de 0.2 ?
- 5) Qu'est-ce qui différencie ces deux investisseurs ?