E.N.S.E.I.R.B. Année 2005-2006
Filière Informatique $1^{ère}$ année
Filière Télécom $1^{ère}$ année

STRUCTURE DES ORDINATEURS

EXAMEN

CORRIGÉ

N.B. : - Ceci doit être considéré comme un corrigé-type : les réponses qu'il contient sont justes, mais leur rédaction n'était pas la seule possible.
- Le barème est donné à titre définitif. Outre l'exactitude des réponses aux questions posées, il a été tenu compte de leur concision et, dans une moindre mesure, de la présentation.

Question 1 (3 points)

Une famille de processeurs est une gamme de processeurs conçus conjointement et partageant une fraction significative de leur architecture interne et de leur jeu d'instructions. Un programme écrit pour l'un des processeurs du bas de la gamme pourra donc s'exécuter sur un processeur du haut de la gamme.

Le processeur bas de gamme pourra avoir une fréquence peu élevée, peu de mémoire cache, pas d'unités de calcul en virgule flottante (émulées logiciellement en trappant l'interruption d'instruction illégale), et un seul pipe-line d'exécution des instructions, alors qu'un processeur haut de gamme de la même famille pourra être super-scalaire (c'est-à-dire pourra exécuter plusieurs instructions par cycle), aura une ou plusieurs unités de calcul en virgule flottante, plus de cache interne, et une fréquence d'horloge plus élevée.

Question 2 (7 points)

(2.1) (2 points)

La table de vérité de la fonction f est, pour un afficheur qui dessine les chiffres de la façon usuelle :

Chiffre	Entrées				Sorties						
	E3	E2	E1	E0	A6	A5	A4	A3	A2	A1	A0
0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1
1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0
2	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1
3	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1
4	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0
5	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1
7	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1
8	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
9	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1

Le résultat des autres configurations binaires d'entrée n'étant pas spécifié, on ne leur donne aucune valeur et on ne les représente pas dans la table, ce qui donnera plus de liberté pour simplifier les expressions logiques.

(2.2) (2 points)

La sortie $A1$ peut s'écrire :

$$A1 = \overline{E0}\,\overline{E1}\,\overline{E2}\,\overline{E3} + \overline{E0}\,\overline{E1}E2\overline{E3} + E0\overline{E1}E2\overline{E3} + \overline{E0}E1E2\overline{E3} + \overline{E0}\,\overline{E1}\,\overline{E2}E3 + E0\overline{E1}\,\overline{E2}E3 \ .$$

Pour les deuxième, troisième et quatrième termes, on peut factoriser par $E2\overline{E3}$, et les deux derniers termes ne sont vrais que quand $E3$ est vrai, et l'on peut donc aussi simplifier par $E3$. On a alors :

$$A1 = \overline{E0}\,\overline{E1}\,\overline{E2} + E2(\overline{E1} + \overline{E0}E1) + E3 = \overline{E0}\,\overline{E1}\,\overline{E2} + E2(\overline{E0} + \overline{E1}) + E3 \ .$$

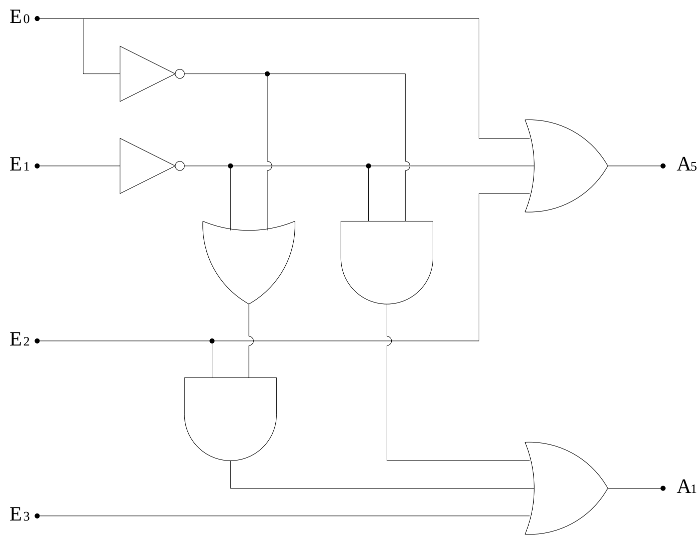
On pouvait trouver ce résultat sans trop se fatiguer en remarquant que les quatre premières lignes correspondent à une table de NOR (donc $\overline{E3}\,\overline{E2}(\overline{E0+E1})$), les quatre suivantes à une table de NAND (donc $\overline{E3}E2(\overline{E0E1})$), et les deux dernières à $E3$, qui absorbe les deux $\overline{E3}$ précédents. Pour conclure, on peut remarquer que le $\overline{E2}$ peut également être absorbé, et donc que :

$$A1 = \overline{E0}\,\overline{E1} + E2(\overline{E0} + \overline{E1}) + E3$$

La sortie $A5$, qui est majoritairement constituée de 1, n'est fausse que pour le chiffre 2, et peut donc s'écrire :

$$A5 = \overline{\overline{E0}E1\overline{E2}\,\overline{E3}} = E0 + \overline{E1} + E2 + E3 = E0 + \overline{E1} + E2 \ ,$$

car $(\overline{E1} + E3) = \overline{E1}$ dans le domaine restreint aux chiffres de 0 à 9. Le schéma logique associé est donc le suivant.



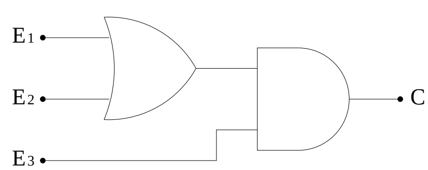
Dans la suite, cette fonction pourra être représentée schématiquement par une boîte F disposant de 4 entrées et 7 sorties, comme décrit ci-dessus.

(2.3) (1 point)

Pour que la valeur binaire codée par les entrées $E0$ à $E3$ soit supérieure ou égale à 10, il faut que $E3$ soit à 1 (pour que l'on ait au moins 8), et que $E1$ ou $E2$ soient vrais (pour avoir au moins deux unités de plus). La fonction logique de C est donc :

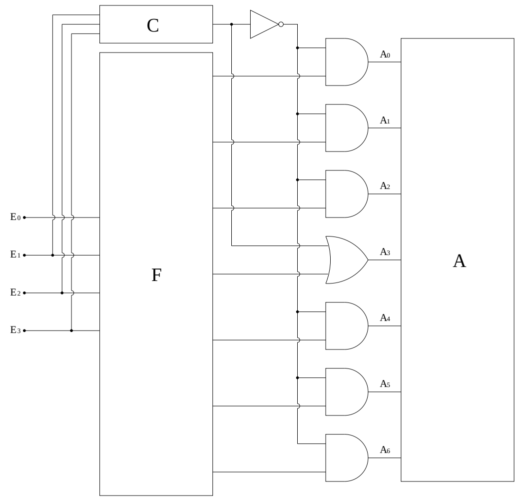
$$C = E3(E1 + E2) \ .$$

Le schéma logique associé est donc le suivant.



(2.4) (2 points)

Pour obtenir le résultat souhaité, il faut placer, en sortie du circuit F, un ensemble de portes logiques qui propagent la valeur des sorties de F lorsque C vaut 0, et code le tiret (toutes entrées de l'afficheur à 0 sauf l'entrée $A3$) lorsque C vaut 1. Pour forcer la sortie d'un 0 lorsque C vaut 1, on utilise une porte ET prenant $\overline{C}$, et pour forcer la sortie d'un 1 lorsque C vaut 1, on utilise une porte OU. Le schéma logique associé est donc le suivant.



Question 3 (3 points)

Si le codage des nombres à virgule flottante est similaire à celui du standard IEEE 754, aux tailles des champs près, alors chaque mot de 12 bits est composé :
- d'un bit de signe de la mantisse ;
- de l'exposant, biaisé afin de coder autant d'exposants négatifs que positifs ;
- de la pseudo-mantisse, codant pour les puissances de 2 négatives, qui suivent un « 1, »toujours supposé présent.

Comme le biais de l'exposant est de 7 dans l'énoncé, alors la valeur réelle de l'exposant biaisé doit être comprise entre 0 à 15, et on a donc 4 bits pour coder l'exposant, et donc 7 bits restants pour coder la pseudo-mantisse, comme indiqué dans le schéma ci-dessous.

1	4	7
Signe	Exposant	Pseudo-mantisse

Ainsi, pour $A = 010100001100$, on a bien :

	Signe	Exposant	Pseudo-mantisse
A =	0	1010	0001100

et on a donc bien : $A = \left(1 + 2^{-4} + 2^{-5}\right) \times 2^{10-7} = 8,75$.

Pour B, on a $B = 1,375 = (1 + 2^{-2} + 2^{-3}) \times 2^{7-7}$, d'où :

B =	0	0111	0110000

Le nombre $S = A + B$ se calcule simplement en binaire, en réécrivant B, par décalage de la virgule vers la gauche, sous forme d'un nombre exprimé avec l'exposant de A, qui est le plus grand des deux, puis par sommation des deux mantisses. On a donc :

$$\begin{array}{rl} \mathrm{A} = & 1,0001100 \times 2^3 \\ \mathrm{B} = & 0,0010110 \times 2^3 \\ \hline \mathrm{A} + \mathrm{B} = & 1,0100010 \times 2^3 \end{array} ,$$

et donc :

A+B =	0	1010	0100010

Pour calculer le produit $A \times B$, on pourrait effectuer la multiplication en binaire, de la même façon qu'on l'effectue en base dix, par décalages et produits partiels. Plus simplement ici, on la calcule en décimal, et on exprime le résultat sous forme binaire (ce que l'on aurait tout aussi bien pu faire pour la question précédente) : $A \times B = 12,03125 = \left(1 + 2^{-1} + 2^{-8}\right) \times 2^{10-7}$. Cependant, le terme 2^{-8} ne pourra être codé dans la pseudo-mantisse, car celle-ci ne comporte que 7 bits. Il y aura donc une perte de précision due à cet arrondi, et on aura donc :

$$\mathrm{A}\times\mathrm{B} \approx \boxed{0 \mid 1010 \mid 1000000} = 12$$

Question 4 (7 points)

(4.1) (2 points)

- Rappelons pour mémoire qu'un kilo-octets fait $1024 = 2^{10}$ octets, et non 1000. Le nombre total de bits nécessaires à l'encodage d'un secteur, espace inter-secteur y compris, est :

$$T_s = 150 + 200 + 8 \times (4 \times 1024 + 48) = 33502 \text{ bits.}$$

Dans tous les calculs suivants, on supposera que la première piste a pour rayon $0,601$ cm, et que la dernière a pour rayon $1,200$ cm. On peut aussi accepter que le rayon de la première piste soit égal à $0,600$ cm, et celui de la dernière $1,199$; cela ne change pas significativement les résultats. La longueur de la piste la plus interne est, en bits, de :

$$L_1 = 2 \times \pi \times \frac{1,201}{2} \times 100000 = 377305 \text{ bits.}$$

Onze secteurs peuvent donc tenir sur la piste la plus interne, puisque

$$\left\lfloor \frac{377305}{33502} \right\rfloor = 11 \ .$$

- Le nombre de pistes contenues sur chaque face du disque est :

$$P = \frac{2,4 - 1,2}{2} \times 1000 = 600 \text{ pistes.}$$

Si l'on conserve le fait qu'on ne peut mettre que 11 secteurs de 4 ko sur chaque piste, la capacité totale du disque, avec ses deux faces, est :

$$C_F = 2 \times 600 \times 11 \times 4 = 52800 \text{ ko} = 51,56 \text{ Mo.}$$

(4.2) (2 points)

L'espace entre deux pistes, qui représente l'incrément de rayon entre les cercles décrivant deux pistes consécutives, est de $0,001$ cm. La longueur totale, en cm, de l'ensemble des pistes d'une face est :

$$\begin{aligned} L_T &= \textstyle\sum_{i=1}^{600} (2 \times \pi \times (0,601 + 0,001 \times i)) \\ &= 2 \times \pi \times \left(600 \times 0,601 + 0,001 \tfrac{600 \times 601}{2}\right) \\ &= \pi \times 600 \times 601 \times 0,003 \\ &= 3398,57 \text{ cm} \end{aligned}$$

La quantité totale d'information inscriptible sur les deux faces serait donc donc de :

$$\begin{aligned} C_2 &= 2 \times 4 \times \tfrac{L_T \times 100000}{T_s} \\ &= 81155 \text{ ko} \\ &= 79,25 \text{ Mo} \ . \end{aligned}$$

(4.3) (1 point)

Si les déplacements de bras se font de façon aléatoire, on part en moyenne d'une position quelconque, pour aller à une autre. On ne peut pas prendre comme distance moyenne la moyenne des distances, car toutes les distances ne sont pas équiprobables : par exemple, si le bras est situé au milieu du disque, la plus grande distance que l'on peut parcourir correspond à la moitié du nombre de pistes seulement, alors que si l'on est placé à l'un des bords du disque, toutes les distances sont équiprobables. En fait, si la tête est sur une piste i, avec $1 \leq i \leq P$, et qu'on a une équiprobabilité d'aller vers une piste j, avec $1 \leq j \leq P$ (voire même $i = j$), le nombre moyen D de pistes parcourues entre tout i et tout j peut s'exprimer comme la somme divisée par P, pour tout i, de la somme divisée par P de toutes les distances entre i et toutes les autres pistes. Cette double somme peut s'exprimer comme le double de la somme, pour tout i, de la somme des distances entre 1 et i, et donc :

$$\begin{aligned}
D(P) &= 2 \times \frac{1}{P}\left(\sum_{i=1}^{P} \frac{1}{P} \sum_{j=1}^{i} (i-j)\right) \\
&= \frac{2}{P^2} \sum_{i=1}^{P} \frac{i(i-1)}{2} \\
&= \frac{1}{P^2}\left(\sum_{i=1}^{P} i^2 - \sum_{i=1}^{P} i\right) \\
&= \frac{1}{P^2}\left(\frac{P(P+1)(2P+1)}{6} - \frac{P(P+1)}{2}\right) \\
&= \frac{P+1}{6P}(2P-2) \\
&= \frac{P^2-1}{3P} \;,
\end{aligned}$$

qui est quasiment égal à $\frac{P}{3}$, alors que l'approche naïve aurait donné $\frac{P}{2}$. Le temps moyen d'accès à une piste est donc :

$$T_M = 2 + 0,02 \times D(600) + 2 = 4 + 4 = 8 \text{ ms.}$$

(4.4) (1 point)

La latence rotationnelle moyenne T_R est égale au temps nécessaire pour parcourir la moitié de la circonférence d'une piste. Si l'on veut effectuer un demi-tour en 2 millisecondes, on doit faire un tour en 4 millisecondes, soit $\rho = \frac{60}{0{,}004} = 15000$ tours par minute.

(4.5) (1 point)

Le temps total moyen pour lire un secteur de 4 ko pris au hasard est égal au temps moyen de positionnement de la tête sur le début du bon secteur, suivi du temps nécessaire à lire les informations du secteur, qui ne comprennent pas les bits inter-secteurs, car ceux-ci sont comptés dans la latence rotationnelle moyenne. En calculant le temps moyen passé à lire les informations du secteur sur la piste médiane, on a donc :

$$\begin{aligned}
T_T &= T_M + T_R + 4 \times \frac{8\times(4096+48)+150}{(2\times\pi\times0{,}9)\times10000} \\
&= 8 + 2 + 4 \times 0,589 \\
&= 12,36 \text{ ms.}
\end{aligned}$$