Un automate $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$

| Q ensemble fini d'états
| Σ alphabet de A
| q_0 état initial
| $\delta \subseteq Q \times \Sigma \times Q$ relation de transition
| F ensemble des états finaux

Complet

Un automate fini est complet si
$\forall q \in Q, \forall s \in \Sigma \quad Card(\delta(q,s)) \geqslant 1$
↳ au moins une transition de chaque

Déterministe

Un automate fini est déterministe si
- $\forall q \in Q, \forall s \in \Sigma \quad Card(\delta(q,s)) \leqslant 1$
  ↳ au plus une transition
- pas de transition silencieuse ε

Sinon non-déterministe

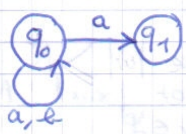
Passage non-déterministe → déterministe (ND → D)

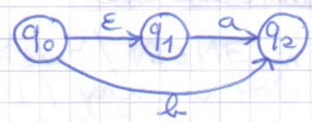
Soit A automate non déterministe, on exécute A en remplissant le tableau

E	l	F
$\{q_0\}$	a	$\{q_0, q_1\}$
⋮	⋮	⋮
$\{q_0, q_1\}$	a	$\{ \text{——} \}$
⋮	⋮	

Puis on le transforme en automate $q_0' = \{q_0\}$, $q_1' = \{q_0, q_1\}$

On fait cela pour les 2 cas de non déterminisme





Algorithme du passage non déterministe → déterministe

$q_0' = \{q_0\} \qquad Q' = \{q_0'\}$, $F' = \{\ \}$, $N = \{q_0'\}$

tant que N n'est pas vide
  | q un ensemble de N
  | retirer q de N
  | si $q \cap F \neq \emptyset$
  | alors ajouter q à F'
  | pour chaque lettre l
  | | calculer l'ensemble q' obtenu à partir de q suivant l
  | | si $q' \notin Q'$
  | | alors ajouter q' à N et à Q'
  | | ajouter la transition $q \xrightarrow{l} q'$ à δ'
  | fin pour
fin tant que

Transitions silencieuses

$Cl_\varepsilon(X)$ = ensemble des états accessibles depuis un état de X uniquement via des transitions silencieuses

$= \{ q' \in Q \ / \ \exists q \in X \quad q \xrightarrow{\varepsilon} q' \}$

L'algorithme du passage ND → D est le même en remplaçant q' par $Cl_\varepsilon(q')$

$Cl_\varepsilon(X)$
  | $E := X$; $E' := \emptyset$
  | tant que $E \neq E'$ faire
  | | $E' := E$
  | | $E :=$ ensemble obtenu depuis E' suivant E
  | fin tant que

Démo par ex avec des propriétés sur les mots $w \in \Sigma^*$ (si on doit démontrer P)

- initialisation on montre P pour $w = \varepsilon$
- on suppose que P est vraie pour $w \in \Sigma^*$ qcq.
- on prolonge w pr s qcq ($s \in \Sigma$) et on montre P pour $w.s$

Minimisation

Etats accessibles : $Post(X) = \{ q \in Q / (\exists x \in X)(\exists s \in \Sigma)\ x \xrightarrow{s} q \}$
Les états accessibles sont les points fixes de Post

Fusion d'états : On regroupe les états qui acceptent le m̂ language

Méthode de minimisation

→ On suppose tous les états acceptent le m̂ language
→ pour ε, ça marche pas, on sépare en F et $Q \setminus F$
→ pour chaque lettre de Σ, on regarde si l'hypothèse n'est pas encore remise en question, sinon on sépare l'arbre.

On se place dans un des ensembles d'états et on regarde pour toutes les lettres, $l \in \Sigma$ si les états de cet ensemble vont dans le m̂ ensemble. Si c'est pas le cas, on sépare

Lemme de l'étoile

si $\exists N \in \mathbb{N} / \forall w \in \mathcal{L}$ tel que $|w| \geqslant N$
alors $w = xuy$ / $|u| > 0$ et $|xu| \leqslant N$
on a alors $\forall m \geqslant 0 \quad xu^m y \in \mathcal{L}$

Régularité et lemme de l'étoile

$\mathcal{L}$ est régulier $\Longrightarrow$ Le lemme de l'étoile pour $\mathcal{L}$ est vrai
Le lemme de l'étoile non vérifier $\Longrightarrow$ $\mathcal{L}$ non régulier

Méthode pour mq $\mathcal{L}$ non régulier

- Supposons $\mathcal{L}$ accepté par un automate à N états
- On considère $w =$ __ pour que $w \in \mathcal{L}$ et $|w| \geqslant N$
on choisit w de manière optimale.
- On décompose $w = xuy$ en choisissant x, u et y pour que la décomposition soit qcq et que l'on est $|u| > 0$ et $|xu| \leqslant N$
- On prend m / $xu^m y \notin \mathcal{L}$
(souvent $m = 2$)

Comme on a montré pour un N qcq, c'est bon $\forall N$,
la décomposition de w est qcq, le lemme de l'étoile n'est donc pas vrai.
Le language n'est pas régulier