Epreuve de l'UVI2C

AU103 Automatique

(Durée 2 heures - Tous documents autorisés)

La partie III, qui est un ensemble de questions de cours, est indépendante de la partie II ...

Régulation et asservissement d'un procédé

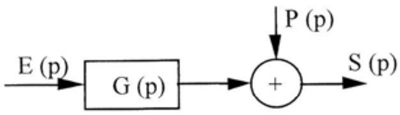
Le procédé dont il est question dans ce problème est modélisé par une fonction de transfert du deuxième ordre résultant d'un produit de deux premiers ordres :

$$G(p) = \frac{1}{\left(1+\frac{p}{\omega'_0}\right)\left(1+\frac{p}{\omega_0}\right)}$$

$\Gamma = 0{,}05$

avec $\omega'_0 = 1$ rd.s^{-1} et $\omega_0 = 10$ rd.s^{-1} .

Si l'entrée se caractérise par un niveau constant, comme le souhaite l'utilisateur, la sortie du procédé s(t) est égale à son entrée e(t) au bout d'un temps infini (procédé de gain statique unitaire). Toutefois, la présence d'une perturbation en sortie p(t) ne permet pas de conserver cette égalité :



$$S(p) = G(p).E(p) + P(p),$$

soit dans le cadre du problème et dans le domaine temporel

$$\lim_{t \to \infty} s(t) = \lim_{t \to \infty} e(t) + \lim_{t \to \infty} p(t) ,$$

ou encore

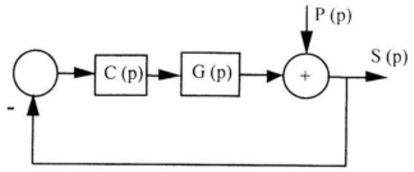
$$s(\infty) = e(\infty) + p(\infty) .$$

I - *Etude en régulation*

On considèrera dans cette partie e(t) = 0 et p(t) = 0,1 u(t), soit E(p) = 0 et P(p) = 0,1/p.

1°) Utilisation d'une commande proportionnelle en boucle fermée.

I.1.a) Un régulateur proportionnel $C(p)=C_0$ est placé en cascade avec le procédé.



Déterminer le transfert reliant S(p) à P(p).

I.1.b) Sachant que le niveau de la sortie désirée $s_d(t)$ au bout d'un temps infini est nul (consigne nulle), déterminer l'expression de l'écart statique $\varepsilon_s(\infty) = s_d(\infty) - s(\infty)$ en utilisant le théorème de la valeur finale.

I.1.c) Déterminer les valeurs de C_0 permettant d'obtenir une erreur statique $|\varepsilon_S(\infty)| < 1/1000$

2°) Le cahier des charges fixant un temps maximal de rejet de la perturbation égal à 0,1s, on décide de calculer une commande dont la fréquence au gain unité en boucle ouverte ω_u sera

$$\omega_u = 50 \text{ rd s}^{-1}.$$

I.2.a) Déterminer la valeur de C_0 garantissant cette fréquence au gain unité. Verifie-t-elle la condition définie à la question I.1.c ?

I.2.b) Quelles sont les marges de phase et de gain de cette commande? Sachant que l'on désire un système en boucle fermée convenablement amorti, ces marges de stabilité sont-elles suffisantes?

3°) De façon à améliorer l'amortissement de la commande, on décide de compléter le régulateur par un terme "avance de phase". La fonction de transfert du régulateur C(p) devient :

$$C(p) = C_0' \frac{1 + \frac{p}{\omega_1}}{1 + \frac{p}{\omega_2}}$$

$$\text{avec } \sqrt{\omega_1 \cdot \omega_2} = \omega_u$$

I.3.a) Déterminer les valeurs de C_0', ω_1 et ω_2 qui réalisent une marge de phase de 60° à la fréquence ω_u.

I.3.b) La valeur de C_0' obtenue assure-t-elle une précision conforme à la spécification de la question 1.c ?

4°) De façon à assurer une précision parfaite ($\varepsilon_s(\infty) = 0$), on décide d'inclure au régulateur un terme "intégral" de constante de temps $\tau_i = 5/\omega_u$.

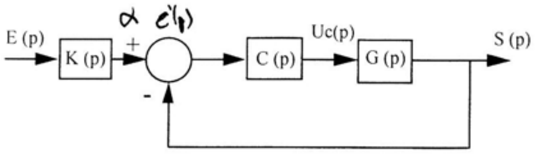
I.4.a) Expliquer pourquoi une telle modification assure une précision parfaite.

I.4.b) Déterminer les valeurs de τ_i , ainsi que les nouvelles valeur de C_0', ω_1 et ω_2 assurant le cahier des charges de la question I.3.a

II - *Etude en asservissement*

On considère maintenant e(t) = u(t) et p(t) = 0, soit E(p) = 1/p et P(p) = 0.

De façon à ne pas trop solliciter le procédé (sensibilité de l'entrée raisonnable), on décide de placer un filtre passe-bas K(p) devant la boucle de commande :



$$\text{où } K(p) = \frac{K_0}{1 + 2\frac{z}{\omega_n} p + \frac{p^2}{\omega_n^2}}$$

avec $z = 0{,}8$ et $\omega_n = 5 \text{ rd s}^{-1}$.

II.a) En utilisant le théorème de la valeur initiale, déterminer l'expression de $u_c(0)$.

II.b) Exprimer en fonction de K_0 l'expression de l'erreur statique $\varepsilon_S(\infty)$.

(on rappelle que $\varepsilon_S(\infty) = s_d(\infty) - s(\infty)$, avec toujours $s_d(\infty) = e(\infty)$)

II.c) Déterminer la valeur de K_0 conduisant à une erreur statique nulle en présence du régulateur de la question I.3.

II.d) Déterminer la valeur de K_0 conduisant à une erreur statique nulle en présence du régulateur de la question I.4.

III – *Implantation numérique du régulateur C*

On souhaite maintenant implanter le régulateur PID C(p) calculé en I.4.b de façon numérique.

1°) Dans un premier temps, on décide d'utiliser une période d'échantillonnage Te telle qu'une approximation numérique du régulateur continu soit justifiée.

III.1.a) Sachant que la fréquence au gain unité en boucle ouverte ω_u est de 50 rad/s, proposer une valeur raisonnable de la période d'échantillonnage Te à utiliser.

III.1.b) Expliquer la méthode permettant l'approximation $C(z^{-1})$ du régulateur continu C(p) initial.

III.1.c) Donner la forme de l'équation récurrente à implanter

2°) Pour des raisons de réduction du temps de calcul alloué à la tâche de régulation, on décide maintenant de prendre Te = 15 ms.

III.2) Décrire les grandes lignes de la méthodologie de synthèse du régulateur numérique $C(z^{-1})$ compatible avec cette valeur de Te.