ENSEIRB
Filière Informatique 1ère année 2002/2003

UV I1D :Méthodes Statistiques
Module IS1 01 :Probabilités et Statistiques
Durée :3 h le 20/01/2003
Documents de cours et TD autorisés.

Avertissement: Il sera tenu le plus grand compte de la justification des réponses et de la présentation.

I

On appelle : tirage au sort d'un nombre entre 1 et n , un procédé qui donne une variable aléatoire qui suit la loi uniforme sur $\Omega = \{1,2,\dots,n\}$.

1) On effectue un tirage au sort d'un nombre entre 1 et 4 ,on appelle X , la variable aléatoire obtenue ; calculer son espérance et sa variance .
2) Ensuite, on effectue un tirage au sort d'un nombre entre 1 et X ,on appelle Y , la variable aléatoire obtenue ; chercher la loi de Y et calculer l'espérance et la variance de Y .
3) Calculer le coefficient de corrélation du couple (X , Y) .

II

On donne les renseignements numériques suivants :

$$\exp(-10) \sum_{k=0}^{k=4} (10)^k / k! = 0.0292\ldots \quad \text{et} \quad \exp(-10) \sum_{k=0}^{k=19} (10)^k / k! = 0.9965\ldots$$

Dans la suite, g est un réel strictement compris entre 0 et 1 .

Une personne joue à un jeu qui se déroule en plusieurs parties indépendantes ; pour chaque partie, le joueur a une probabilité p de gagner , alors son Gain est g , et une probabilité (1-p) de perdre , alors son Gain est (g-1) {remarquer que (g-1) <0 ce qui traduit bien une perte} .

1) Calculer, en fonction de : g,p et n , l'Espérance du Gain total obtenu au bout de n parties (dans ce qui suit, on notera G_n le Gain total obtenu au bout de n parties) ; en déduire une relation entre g et p qui soit une condition nécessaire et suffisante pour que l'Espérance de G_n soit nulle .
2) g=0.995 , p=0.01;

a) pour n=5 calculer l'Espérance de G_n et calculer Prob($G_n \geq 0$) .

b) pour n=1000 calculer l'Espérance de G_n et (en utilisant le renseignement numérique) calculer Prob($G_n \geq 0$) .

3) g=0.98 , p=0.01 ;

mêmes questions a) et b) que dans 2)

4) Quelles réflexions vous inspirent les résultats précédents ?

SUITE AU VERSO

III

On mesure un certain caractère (dont les valeurs sont comprises entre 0 et 2) sur 200 individus d'une population, les résultats donnent :

Entre	0	et	0.5	il y a	48	valeurs
Entre	0.5	et	0.75	il y a	25	valeurs
Entre	0.75	et	1.25	il y a	51	valeurs
Entre	1.25	et	1.5	il y a	24	valeurs
Entre	1.5	et	2	il y a	52	valeurs

1) Dessiner l'histogramme de la série statistique ainsi obtenue ; au vu de cet histogramme, quelle est la loi de probabilité , que l'on doit imaginer pour ce caractère ?
2) Tester (avec le test d'ajustement du Chi-deux) la loi que vous avez imaginé en 1) .

IV

Un expérimentateur mesure, avec un certain appareil, 6 fois une grandeur physique (notée y) , il trouve : 0.9 , 1.3 , 1.1 , 0.7, 0.8 , 1.2 .
En faisant les hypothèses usuelles dans ce genre de situation (vous devrez préciser en détail ces hypothèses) :

1) chercher l'intervalle de confiance pour y , obtenu avec le seuil = 0.05 .
2) cet expérimentateur, avec le même appareil , mesure 4 fois une autre grandeur (notée x) , il trouve : 1.1 , 1.5 , 1.1 , 1.5 .
   tester (avec le seuil = 0.05) l'hypothèse H : x=y .