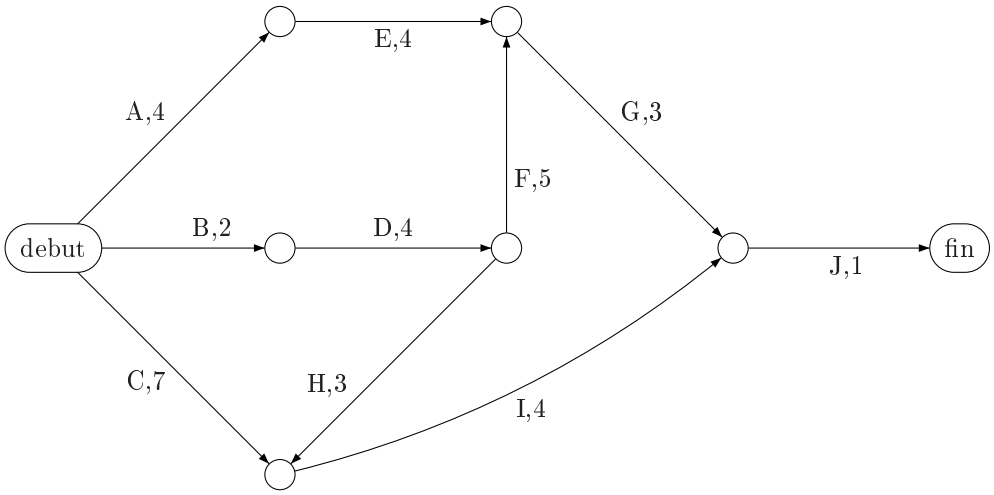
Recherche Opérationnelle

TD 1 – Ordonnancements - Méthode PERT

CORRECTION

1 Exercice 1 :

1.1 graphe *PERT*



1.2 durée minimale d'éxécution du projet

On utilise l'algorithme de **Ford** reposant sur la correction successive des t_i :

Exemple 1 : *algo*

Algorithme de **Ford**

$t_0 = 0$
$t_i = -\infty \qquad \forall i \neq 0$
de $i =$ première tâche, jusqu'à $i =$ dernière tâche :
$\forall j$ successeur de i
si $t_j \leq t_i + d_i$ alors $t_j = t_i + d_i$
si $j < i$ alors revenir à l'itération $i = j$

Cet algorithme, appliqué sur notre exemple donne le tableau suivant :

i	j	debut	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	fin
init		0	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$
debut		0	0	0	0	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$
A	E	0	0	0	0	$-\infty$	4	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$
B	D	0	0	0	0	2	4	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$
C	I	0	0	0	0	2	4	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	7	$-\infty$	$-\infty$
D	F	0	0	0	0	2	4	6	$-\infty$	$-\infty$	7	$-\infty$	$-\infty$
	H	0	0	0	0	2	4	6	$-\infty$	6	7	$-\infty$	$-\infty$
E	G	0	0	0	0	2	4	6	8	6	7	$-\infty$	$-\infty$
F	G	0	0	0	0	2	4	6	11	6	7	$-\infty$	$-\infty$
G	J	0	0	0	0	2	4	6	11	6	7	14	$-\infty$
H	I	0	0	0	0	2	4	6	11	6	7	14	$-\infty$
I	J	0	0	0	0	2	4	6	11	6	7	14	$-\infty$
J	fin	0	0	0	0	2	4	6	11	6	7	14	15

La durée minimale du projet est donc de 15 jours

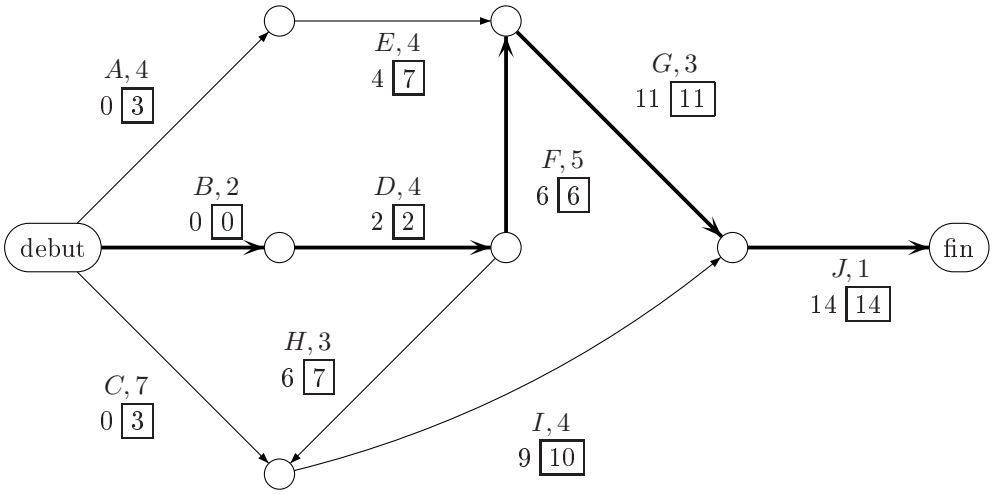
1.3 calendrier d'exécution des tâches

Le calendrier des tâches consiste à donner les dates de début au plus tôt et au plus tard pour chaque tâche.

Pour trouver les dates au plus tôt : on part du début, de proche en proche, on ajoute les temps. Dans le cas ou il y a plusieurs arcs arrivant au même noeud, on prend le max des différentes valeurs.

Pour trouver les dates au plus tard : on part de la fin, on soustrait de proche en proche. Dans le cas de plusieurs arcs partant du même noeud, on prend le min des différentes valeurs.

En reprenant le graphe précédent, et en notant en gras la date au plus tôt et en italique la date au plus tard, on trouve :



d'ou le calendrier d'exécution des tâches suivants :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
+ tôt	0	0	0	2	4	6	11	6	9	14
+ tard	3	0	3	2	7	6	11	7	10	14

1.4 chemin critique

Le chemin critique correspond aux différentes taches qui ne peuvent prendre aucun retard si on veut conserver la durée minimale d'exécution du projet.

Pour ces tâches, la date au plus tôt correspond à la date au plus tard.

le chemin critique est ici :

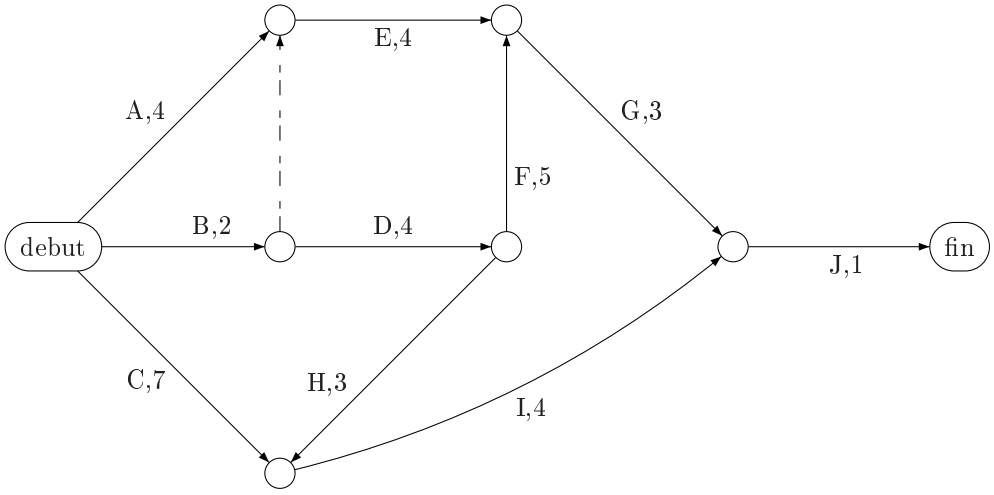
$$B - D - F - G - J$$

1.5 mage totale des tâches non critiques

La marge totale des tâches est la différence entre la date au plus tard et la date au plus tôt :

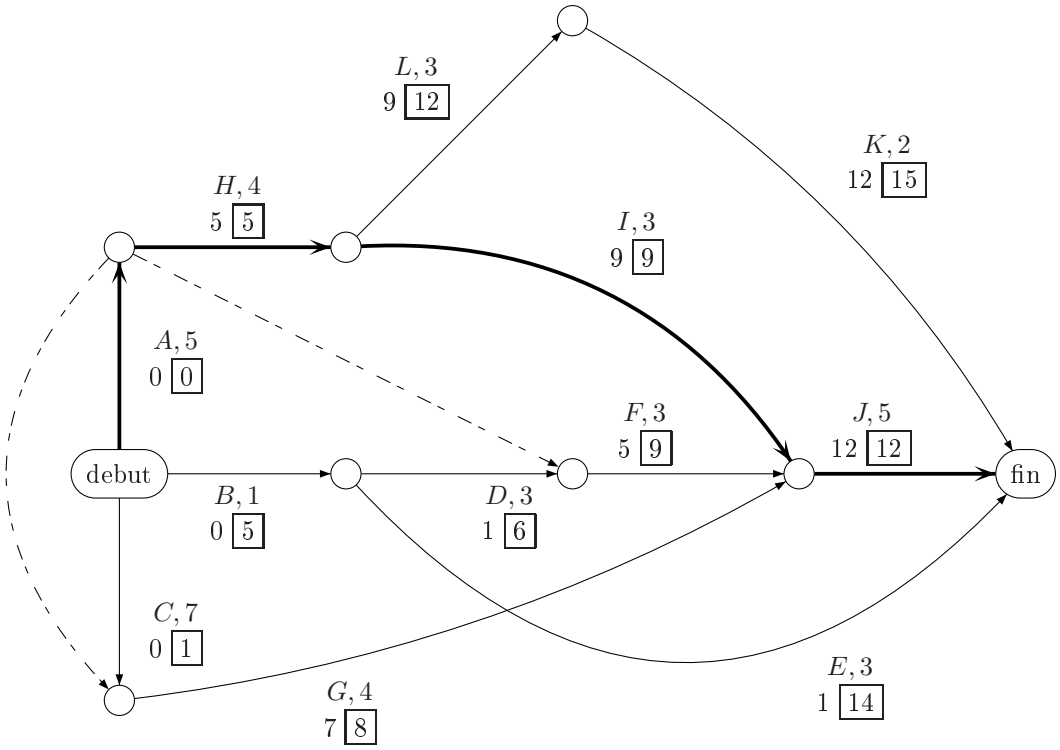
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
marge	3	-	3	-	3	-	-	1	1	-

1.6 modification au graphe *PERT*



2 Exercice 2 :

2.1 Graph *PERT*



2.2 Départ au plus tôt

On va utiliser un autre algorithme pour trouver le chemin le plus long, l'algorithme de ROY

Exemple 2 : *algo*

algorithme de ROY

$t_0 = 0$

$t_j = \max_{i \in \Gamma(j)} (t_i + d_i)$

ou $\Gamma(j)$ est l'ensemble des tâches préalables de j

cet algorithme appliqué sur notre exercice donne :

debut	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	fin
0	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0	0	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0	0	0	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0	0	0	0	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0	0	0	0	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0	0	0	0	1	1	-	-	-	-	-	-	-	-
0	0	0	0	1	1	5	-	-	-	-	-	-	-
0	0	0	0	1	1	5	7	-	-	-	-	-	-
0	0	0	0	1	1	5	7	5	-	-	-	-	-
0	0	0	0	1	1	5	7	5	9	-	-	-	-
0	0	0	0	1	1	5	7	5	9	12	-	-	-
0	0	0	0	1	1	5	7	5	9	12	-	5	-
0	0	0	0	1	1	5	7	5	9	12	8	5	17

Il faut 17 jours pour tout faire, un depart dans les 15 jours n'est pas possible

2.3 tâches critiques

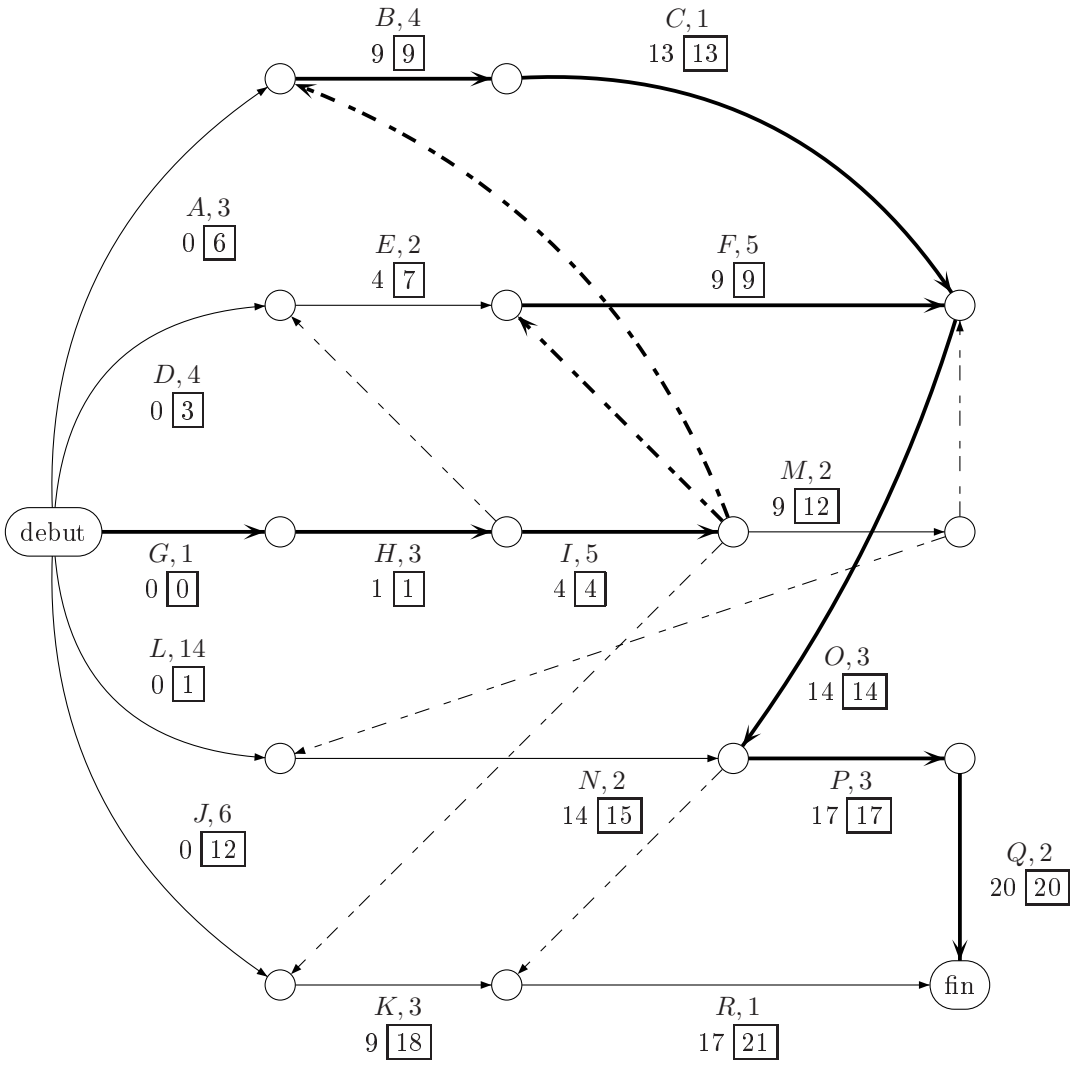
Les dates au plus tôt et au plus tard sont indiquées sur le graphe Les tâches critiques sont :

$$A - H - I - J$$

3 Exercice 3 : (Une maison de maçons)

3.1 durée minimale de l'exécution du projet

3.2 Graph *PERT*



3.3 date au plus tôt de chaque tâche

en utilisant a nouveau l'algorithme de *Roy*, on trouve une durée minimale de 22 jours.

on utilise alors le même marquage que précédemment pour obtenir les dates au +tôt et au +tard.

3.4 tâches critiques

les chemisn critiquse sont :

$$G - H - I - F - O - P - Q$$

$$G - H - I - B - C - O - P - Q$$

3.5 marge totale sur les tâches non critiques

différence entre les dates au plus tôt et les dates au plus tard de chaque tâche