

Exercice 1

On considère dans une usine un magasin dans lequel les ouvriers viennent chercher des outils, des pièces, ... pour accomplir leur tâche. Ils arrivent devant le magasinier: André, à la Poisson de paramètre λ et ils forment une file. Si le nombre d'ouvriers en attente ou en train d'être servi est inférieure ou égal à M , il œuvre seul. Dès que le nombre d'ouvriers en attente ou en train d'être servi est strictement supérieur à M , un second magasinier: Bernard vient aider le premier. Les temps de service des magasiniers sont des variables aléatoires indépendantes identiquement distribuées de loi $\text{Exp}(\mu)$. Si à la fin d'un service le nombre de présents dans le système devient inférieur à M le second magasinier: Bernard, se retire.

- 1° Donner une condition pour que le magasin ne soit pas engorgé, c'est-à-dire pour qu'il existe un régime stationnaire.
- 2° On notera $p_n = P\{N = n\}$ la probabilité qu'il y ait n ouvriers dans le système en régime stationnaire, et E_k l'état représentant la présence de k ouvriers dans le système. Dessiner et valuer le graphe des flux associé à ce processus.
- 3° Ecrire les équations d'équilibre

4° Es-ce la file $M/M/2$? Existe-t-il une valeur de M telle que notre système se modélise comme $M/M/2$?

5.1° Pour les résoudre on vérifiera en premier lieu que $p_n = \rho^n \cdot p_0$ $\rho = \lambda/\mu$ si on a $1 \leq n \leq M$, et on en déduira les autres p_n en fonction de p_0 et de ρ .

5.2° Déduire de 5.1 que $p_0 = \frac{(1-\rho)(2-\rho)}{2-\rho-\rho^{M+1}}$

6.1° On suppose que le coût horaire du système en présence d'une file soit de $C1$ euros de l'heure et que le coût d'un magasinier supplémentaire soit de $C2$ euros de l'heure. Montrer que le système d'adjonction d'un magasinier supplémentaire est rentable si

$$C1[E(Q_1) - E(Q)] > C2.P\{Q > M\}$$

où Q_1 est la longueur de la file $M/M/1$ en équilibre ayant les mêmes paramètres, Q est la longueur à l'équilibre de notre processus.

6.2 Montrer que le processus d'adjonction est préférable dès que

$$\frac{C2}{C1} < \frac{M}{1-\rho} + \frac{2}{(1-\rho).(2-\rho)}$$

Plaçons nous dans le cas $M=2$, pour réduire les calculs!

- 7.1° Montrer le nombre moyen de magasiniers occupés est : $\bar{m} = 2 - 2.p_0 - p_1 - p_2$
- 7.2° Montrer que $\bar{m} = \rho$
- 7.3° Interpréter cette relation en termes de conservation des clients

Exercice 2

Une firme a signé un contrat de fourniture de biens envers les consommateurs A et B, pour les mois de juin, juillet, et août.

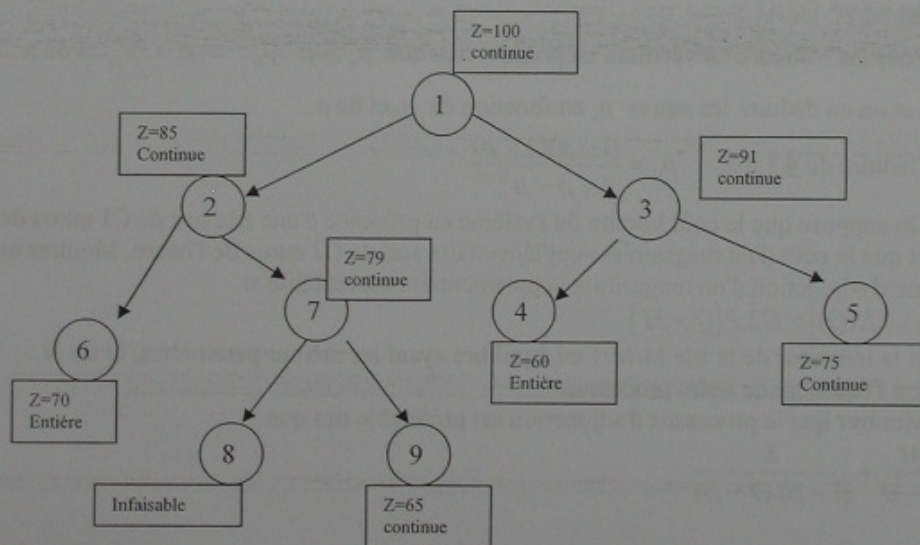
	Juin	Juillet	août
A	30	20	15
B	20	20	10

Elle produit 40 unités par mois au coût unitaire de 100 Euros en horaires normaux et 10 unités de plus en heurs supplémentaires au coût unitaire de 120 Euros. La firme peut stocker chaque unité produite à l'avance au coût de 10 Euros par unité et par mois. Le contrat prévoit que la firme peut ne pas honorer ses livraisons pour A lors des mois de juin et juillet, mais elle encourt alors une pénalité de 55 euros par unité non livrée à temps et devra cependant livrer la totalité de la commande en août.. Le consommateur B devra être livré à temps et en quantité correcte.

- 1) Ecrire le programme de production de a firme qui minimise le coût total de production, d e stockage et de pénurie.
- 2) Fournir une solution initiale réalisable. On ne demande pas la solution complète

Exercice 3

Lors d'un problème de maximisation d'un programme linéaire en nombre entiers par un algorithme de Branch&Bound on obtient à une étape donne l'arbre suivant:



- 1) Quel est à cette étape le meilleur majorant de la solution optimale
- 2) Quel est le meilleur minorant de la solution optimale
- 3) Quels sont les nœuds stérilisés et expliquer pourquoi
- 4) Identifier les nœuds non stériles et expliquer pourquoi

- 5) A-t-on obtenu la solution optimale? Expliquer!
- 6) Donner un majorant de l'erreur absolue sur la valeur optimale si on termine le calcul à cette étape.
- 7) Quelle est l'erreur relative