

Examen de Recherche Opérationnelle  
Cours de P. MOREL

Durée 2heures, tout moyen de calcul et tout document autorisé

**Exercice 1**

Une entreprise fabrique les produits A, B et C à l'aide des machines M1 et M2. La machine M1 fonctionne **a** heures par mois, tandis que M2 fonctionne **b** heures par mois. Le tableau ci-dessous résume les contraintes de fabrication, les gains unitaires

	A	B	C	Stocks
M1	1	1	1	a
M2	1	2	5	b
Gains	3	4	5	

- 1- L'entrepreneur désire maximiser son revenu mensuel.  
Mettre ce problème P en équations.
- 2- Ecrire le problème D, dual de P.
- 3- Résoudre graphiquement le problème D
- 4- Discutez, **sur le graphique**, suivant les valeurs du rapport  $a/b$  l'unicité de solution de D et donner dans chaque cas la solution optimale en fonction de **a** et de **b**.
- 4- Dans le cas  $0.5 < a/b < 1$  en déduire la solution optimale de P.

**Exercice 3**

A un poste de douane, habituellement peu fréquenté, un seul agent est affecté au contrôle des

- 1° Donner la condition pour que le poste de douane ne soit pas engorgé

2° On notera  $E_k$  l'état pour lequel  $k$  voitures sont présentes en attente ou en train d'être fouillée. Associer un processus d'attente et dessiner un diagramme des flux.

3° On suppose l'existence d'un régime permanent. Soit alors  $p_k$  la probabilité de  $E_k$ . On pose  $\rho = \lambda/\mu$ . Exprimer  $p_k$  en fonction de  $p_0, \rho$  et  $k$ . Evaluer les  $p_k$   $k = 0, 1, \dots$

4° Evaluer le nombre moyen de douaniers occupés. Interpréter cette relation en terme de conservation des flux.