ENSEIRB
Informatique
1ère année

juin 2004

ÉPREUVE DE THÉORIE DE L'INFORMATION

durée 1 h

Calculatrice autorisée
Documents manuscrits seuls autorisés.
Les intermédiaires des raisonnements ou des calculs doivent figurer sur la copie.
Les valeurs numériques seront données en principe avec 3 chiffres significatifs.

Exercice 1

On considère une source qui émet 9 symboles : $S = \{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_9\}$, avec les probabilités suivantes :

0.01 ; 0.02 ; 0.03 ; 0.05 ; 0.07 ; 0.10 ; 0.15 ; 0.23 ; 0.34.

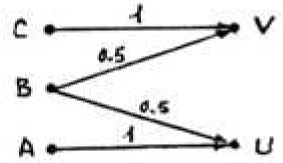
a) Calculer l'entropie H de S, puis calculer le quotient $H/\log_2 9$.
Commenter.

b) Construire le code de Huffman de S.

c) Calculer l'espérance de la longueur du code et son efficacité.

Exercice 2

On considère une situation de transmission de l'information avec un système-source à 3 symboles, $X = \{A, B, C\}$ et un système-réception à 2 symboles, $Y = \{U, V\}$ (on peut penser par exemple à des pixels blanc/gris/noir transmis en blanc/noir). Les probabilités de transition associées au canal de transmission sont celles indiquées sur le schéma ci-contre.



a) On pose $P(A) = p$, $P(B) = q$, $P(C) = r$ (avec $p + q + r = 1$). Déterminer $P(U)$ et $P(V)$.

b) Donner, en fonction de p, q et r, l'expression des entropies $H(X)$ et $H(Y)$, et de l'information mutuelle $I(X, Y)$.

c) Calculer la valeur numérique de $I(X, Y)$ dans les deux cas $(p, q, r) = (1/3, 1/3, 1/3)$ et $(p, q, r) = (0.7, 0.2, 0.1)$.

TSVP

Exercice 3

On considère une source binaire qui émet le symbole "a" avec la probabilité $p = 0.2$ et le symbole "b" avec la probabilité $q = 0.8$. On considère ensuite la source S^{12} d'ordre 12 (qui émet des blocs de 12 symboles) et on conserve la même notation S^{12} pour désigner l'ensemble de tous les blocs qui peuvent être émis.

a) Calculer $H(S)$ et $H(S^{12})$.

b) Donner la valeur numérique $\mathcal{N}$ de $\mathrm{Card}(S^{12})$.

c) On désigne par N_{12} la variable aléatoire « nombre de symboles "a" dans un bloc émis par S^{12} ». Quelle est la loi de N_{12} ? Quelle est l'espérance mathématique $E(N_{12})$?

d) On considère l'évènement $T =$ « $1 \leq N_{12} \leq 4$ ». Donner la formule qui permet de calculer la valeur numérique $\mathcal{T}$ de $\mathrm{Card}(T)$. Faire le calcul numérique, puis calculer le quotient $\mathcal{T}/\mathcal{N}$.

e) Donner la formule qui permet de calculer la probabilité $P(T)$. Faire le calcul numérique.